



Hva er god matematikk-opplæring?

Mona Røsseland
 Matematikksenteret, NTNU (for tiden i studiepermisjon)
 Lærebokforfatter, MULTI

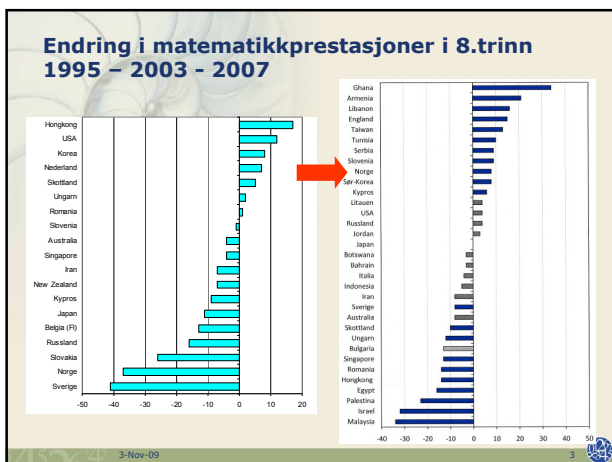
Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen

3-Nov-09

Oversikt

- Hva er situasjonen i Norge når det gjelder matematikk-kompetanse? Er det nødvendig å gjøre ting på andre måter enn vi har gjort før? Hva gjør land som lykkes med matematikkundervisningen?
- Hvordan skal vi i tilfelle arbeide med matematikkfaget slik at elevene utvikler en helhetlig kompetanse i matematikk og samtidig opplever faget som meningsfylt og spennende?

3-Nov-09



Hva kjennertegner norsk matematikk-undervisning?

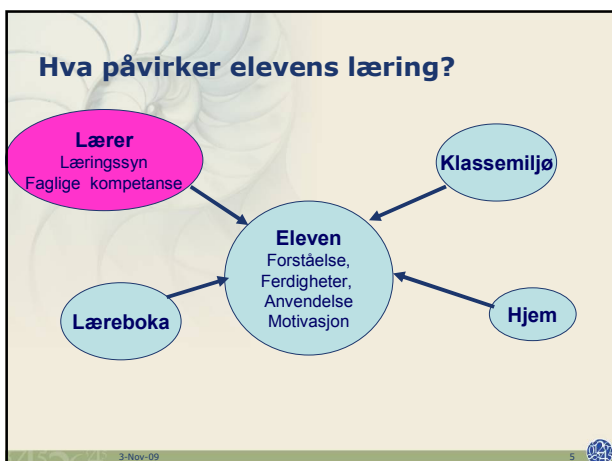
Kilde: Tegn til Bedring? Rapport TIMSS 2007

- Stor vektlegging av individuelt arbeid, bl. gjennom arbeidsplaner. Ofte begrunnet ut fra tanken om tilpasset undervisning.
- Forskning viser at det har vært en utvikling i skolen bort fra fellesskapsorientert undervisning mot det mer individualiserte.

Samtidig :

- viser all forskning at kompetanseutvikling hos den enkelte skjer i et sosialt arbeidsfellesskap. Vygotskys teorier sier at det er i det muntlige, gjennom dialog i interaksjon med andre at mening skapes.
- Det samme sier teorier om begrepsutvikling.
- Stor vekt på individuelt arbeid fører også til en for ensidig og monoton undervisningsform, som igjen fører til brist i motivasjon hos elevene.

3-Nov-09



Lærerne er nøkkelen til suksess!

- PISA-undersøkelsen (Kjærnslije m. fl. 2004, 2007)
 - Gode resultater oppnås når lærere som framstår som dyktige ledere med struktur på undervisningen.
 - Gode faglige resultater oppnås i skoler og hos lærere som prioriterer læring foran generell elevaktivitet.
 - Gode resultater har sammenheng med tydelige krav og noe mindre elevansvar for egen læring.

3-Nov-09

Hva kjennetegner dyktige lærere? (Clarke 1997)

- Engasjement for faget!
- Faglig fokusering og klare, definerte mål for undervisning.
- Mye bruk av ikke-rutine oppgaver, som f.eks problemløsning, spill og andre aktiviteter.
- Kjennskap til elevenes interesser og utnytte dette i undervisningen.
- Bruk av varierte arbeidsform (individuelt, smågrupper og hele klasser)
- Bruk av varierte situasjoner for samme begrep (ord, fortellinger, konkrete, symboler, aktiviteter) *
- Opptatt av refleksjon og matematiske samtale. Verdsetter elevenes løsninger, og oppfordrer dem til å skriftliggjøre sine oppdagelser.

3-Nov-09

7

Asia ligger på topp i TIMSS! Hvorfor??

Land	Arbeid	Matematikk & Lese
Japan	582	582
Sør-Korea	574	574
Hongkong	568	568
Malaysia	564	564
Taiwan	558	558
Thailand	552	552
India	548	548
China	542	542
Singapore	538	538
USA	532	532
Storbritannia	528	528
Canada	522	522
Frankrike	518	518
Spania	512	512
Italia	508	508
Polen	502	502
Skottland	498	498
Finland	492	492
Portugal	488	488
Belgia	482	482
Ungarn	478	478
Brasil	472	472
USA (2)	468	468
Canada (2)	462	462
Frankrike (2)	458	458
Spania (2)	452	452
Italia (2)	448	448
Polen (2)	442	442
Skottland (2)	438	438
Finland (2)	432	432
Portugal (2)	428	428
Belgia (2)	422	422
Ungarn (2)	418	418
Brasil (2)	412	412
USA (3)	408	408
Canada (3)	402	402
Frankrike (3)	398	398
Spania (3)	392	392
Italia (3)	388	388
Polen (3)	382	382
Skottland (3)	378	378
Finland (3)	372	372
Portugal (3)	368	368
Belgia (3)	362	362
Ungarn (3)	358	358
Brasil (3)	352	352
USA (4)	348	348
Canada (4)	342	342
Frankrike (4)	338	338
Spania (4)	332	332
Italia (4)	328	328
Polen (4)	322	322
Skottland (4)	318	318
Finland (4)	312	312
Portugal (4)	308	308
Belgia (4)	302	302
Ungarn (4)	298	298
Brasil (4)	292	292
USA (5)	288	288
Canada (5)	282	282
Frankrike (5)	278	278
Spania (5)	272	272
Italia (5)	268	268
Polen (5)	262	262
Skottland (5)	258	258
Finland (5)	252	252
Portugal (5)	248	248
Belgia (5)	242	242
Ungarn (5)	238	238
Brasil (5)	232	232
USA (6)	228	228
Canada (6)	222	222
Frankrike (6)	218	218
Spania (6)	212	212
Italia (6)	208	208
Polen (6)	202	202
Skottland (6)	198	198
Finland (6)	192	192
Portugal (6)	188	188
Belgia (6)	182	182
Ungarn (6)	178	178
Brasil (6)	172	172
USA (7)	168	168
Canada (7)	162	162
Frankrike (7)	158	158
Spania (7)	152	152
Italia (7)	148	148
Polen (7)	142	142
Skottland (7)	138	138
Finland (7)	132	132
Portugal (7)	128	128
Belgia (7)	122	122
Ungarn (7)	118	118
Brasil (7)	112	112
USA (8)	108	108
Canada (8)	102	102
Frankrike (8)	98	98
Spania (8)	92	92
Italia (8)	88	88
Polen (8)	82	82
Skottland (8)	78	78
Finland (8)	72	72
Portugal (8)	68	68
Belgia (8)	62	62
Ungarn (8)	58	58
Brasil (8)	52	52
USA (9)	48	48
Canada (9)	42	42
Frankrike (9)	38	38
Spania (9)	32	32
Italia (9)	28	28
Polen (9)	22	22
Skottland (9)	18	18
Finland (9)	12	12
Portugal (9)	8	8
Belgia (9)	2	2
Ungarn (9)	0	0
Brasil (9)	0	0
USA (10)	0	0
Canada (10)	0	0
Frankrike (10)	0	0
Spania (10)	0	0
Italia (10)	0	0
Polen (10)	0	0
Skottland (10)	0	0
Finland (10)	0	0
Portugal (10)	0	0
Belgia (10)	0	0
Ungarn (10)	0	0
Brasil (10)	0	0
USA (11)	0	0
Canada (11)	0	0
Frankrike (11)	0	0
Spania (11)	0	0
Italia (11)	0	0
Polen (11)	0	0
Skottland (11)	0	0
Finland (11)	0	0
Portugal (11)	0	0
Belgia (11)	0	0
Ungarn (11)	0	0
Brasil (11)	0	0
USA (12)	0	0
Canada (12)	0	0
Frankrike (12)	0	0
Spania (12)	0	0
Italia (12)	0	0
Polen (12)	0	0
Skottland (12)	0	0
Finland (12)	0	0
Portugal (12)	0	0
Belgia (12)	0	0
Ungarn (12)	0	0
Brasil (12)	0	0
USA (13)	0	0
Canada (13)	0	0
Frankrike (13)	0	0
Spania (13)	0	0
Italia (13)	0	0
Polen (13)	0	0
Skottland (13)	0	0
Finland (13)	0	0
Portugal (13)	0	0
Belgia (13)	0	0
Ungarn (13)	0	0
Brasil (13)	0	0
USA (14)	0	0
Canada (14)	0	0
Frankrike (14)	0	0
Spania (14)	0	0
Italia (14)	0	0
Polen (14)	0	0
Skottland (14)	0	0
Finland (14)	0	0
Portugal (14)	0	0
Belgia (14)	0	0
Ungarn (14)	0	0
Brasil (14)	0	0
USA (15)	0	0
Canada (15)	0	0
Frankrike (15)	0	0
Spania (15)	0	0
Italia (15)	0	0
Polen (15)	0	0
Skottland (15)	0	0
Finland (15)	0	0
Portugal (15)	0	0
Belgia (15)	0	0
Ungarn (15)	0	0
Brasil (15)	0	0
USA (16)	0	0
Canada (16)	0	0
Frankrike (16)	0	0
Spania (16)	0	0
Italia (16)	0	0
Polen (16)	0	0
Skottland (16)	0	0
Finland (16)	0	0
Portugal (16)	0	0
Belgia (16)	0	0
Ungarn (16)	0	0
Brasil (16)	0	0
USA (17)	0	0
Canada (17)	0	0
Frankrike (17)	0	0
Spania (17)	0	0
Italia (17)	0	0
Polen (17)	0	0
Skottland (17)	0	0
Finland (17)	0	0
Portugal (17)	0	0
Belgia (17)	0	0
Ungarn (17)	0	0
Brasil (17)	0	0
USA (18)	0	0
Canada (18)	0	0
Frankrike (18)	0	0
Spania (18)	0	0
Italia (18)	0	0
Polen (18)	0	0
Skottland (18)	0	0
Finland (18)	0	0
Portugal (18)	0	0
Belgia (18)	0	0
Ungarn (18)	0	0
Brasil (18)	0	0
USA (19)	0	0
Canada (19)	0	0
Frankrike (19)	0	0
Spania (19)	0	0
Italia (19)	0	0
Polen (19)	0	0
Skottland (19)	0	0
Finland (19)	0	0
Portugal (19)	0	0
Belgia (19)	0	0
Ungarn (19)	0	0
Brasil (19)	0	0
USA (20)	0	0
Canada (20)	0	0
Frankrike (20)	0	0
Spania (20)	0	0
Italia (20)	0	0
Polen (20)	0	0
Skottland (20)	0	0
Finland (20)	0	0
Portugal (20)	0	0
Belgia (20)	0	0
Ungarn (20)	0	0
Brasil (20)	0	0
USA (21)	0	0
Canada (21)	0	0
Frankrike (21)	0	0
Spania (21)	0	0
Italia (21)	0	0
Polen (21)	0	0
Skottland (21)	0	0
Finland (21)	0	0
Portugal (21)	0	0
Belgia (21)	0	0
Ungarn (21)	0	0
Brasil (21)	0	0
USA (22)	0	0
Canada (22)	0	0
Frankrike (22)	0	0
Spania (22)	0	0
Italia (22)	0	0
Polen (22)	0	0
Skottland (22)	0	0
Finland (22)	0	0
Portugal (22)	0	0
Belgia (22)	0	0
Ungarn (22)	0	0
Brasil (22)	0	0
USA (23)	0	0
Canada (23)	0	0
Frankrike (23)	0	0
Spania (23)	0	0
Italia (23)	0	0
Polen (23)	0	0
Skottland (23)	0	0
Finland (23)	0	0
Portugal (23)	0	0
Belgia (23)	0	0
Ungarn (23)	0	0
Brasil (23)	0	0
USA (24)	0	0
Canada (24)	0	0
Frankrike (24)	0	0
Spania (24)	0	0
Italia (24)	0	0
Polen (24)	0	0
Skottland (24)	0	0
Finland (24)	0	0
Portugal (24)	0	0
Belgia (24)	0	0
Ungarn (24)	0	0
Brasil (24)	0	0
USA (25)	0	0
Canada (25)	0	0
Frankrike (25)	0	0
Spania (25)	0	0
Italia (25)	0	0
Polen (25)	0	0
Skottland (25)	0	0
Finland (25)	0	0
Portugal (25)	0	0
Belgia (25)	0	0
Ungarn (25)	0	0
Brasil (25)	0	0
USA (26)	0	0
Canada (26)	0	0
Frankrike (26)	0	0
Spania (26)	0	0
Italia (26)	0	0
Polen (26)	0	0
Skottland (26)	0	0
Finland (26)	0	0
Portugal (26)	0	0
Belgia (26)	0	0
Ungarn (26)	0	0
Brasil (26)	0	0
USA (27)	0	0
Canada (27)	0	0
Frankrike (27)	0	0
Spania (27)	0	0
Italia (27)	0	0
Polen (27)	0	0
Skottland (27)	0	0
Finland (27)	0	0
Portugal (27)	0	0
Belgia (27)	0	0
Ungarn (27)	0	0
Brasil (27)	0	0
USA (28)	0	0
Canada (28)	0	0
Frankrike (28)	0	0
Spania (28)	0	0
Italia (28)	0	0
Polen (28)	0	0
Skottland (28)	0	0
Finland (28)	0	0
Portugal (28)	0	0
Belgia (28)	0	0
Ungarn (28)	0	0
Brasil (28)	0	0
USA (29)	0	0
Canada (29)	0	0
Frankrike (29)	0	0
Spania (29)	0	0
Italia (29)	0	0
Polen (29)	0	0
Skottland (29)	0	0
Finland (29)	0	0
Portugal (29)	0	0
Belgia (29)	0	0
Ungarn (29)	0	0
Brasil (29)	0	0
USA (30)	0	0
Canada (30)	0	0
Frankrike (30)	0	0
Spania (30)	0	0
Italia (30)	0	0
Polen (30)	0	0
Skottland (30)	0	0
Finland (30)	0	0
Portugal (30)	0	0
Belgia (30)	0	0
Ungarn (30)	0	0
Brasil (30)	0	0
USA (31)	0	0
Canada (31)	0	0
Frankrike (31)	0	0
Spania (31)	0	0
Italia (31)	0	0
Polen (31)	0	0
Skottland (31)	0	0
Finland (31)	0	0
Portugal (31)	0	0
Belgia (31)	0	0
Ungarn (31)	0	0
Brasil (31)	0	0
USA (32)	0	0
Canada (32)	0	0
Frankrike (32)	0	0
Spania (32)	0	0
Italia (32)	0	0
Polen (32)	0	0
Skottland (32)	0	0
Finland (32)	0	0
Portugal (32)	0	0
Belgia (32)	0	0
Ungarn (32)	0	0
Brasil (32)	0	0
USA (33)	0	0
Canada (33)	0	0
Frankrike (33)	0	0
Spania (33)	0	0
Italia (33)	0	0
Polen (33)	0	0
Skottland (33)	0	0
Finland (33)	0	0
Portugal (33)	0	0
Belgia (33)	0	0
Ungarn (33)	0	0
Brasil (33)	0	0
USA (34)	0	0
Canada (34)	0	0
Frankrike (34)	0	0
Spania (34)	0	0
Italia (34)	0	0
Polen (34)	0	0
Skottland (34)	0	0
Finland (34)	0	0
Portugal (34)	0	0
Belgia (34)	0	0
Ungarn (34)	0	0
Brasil (34)	0	0
USA (35)	0	0
Canada (35)	0	0
Frankrike (35)	0	0
Spania (35)	0	0
Italia (35)	0	0
Polen (35)	0	0
Skottland (35)	0	0
Finland (35)	0	0
Portugal (35)	0	0
Belgia (35)	0	0
Ungarn (35)	0	0
Brasil (35)	0	0
USA (36)	0	0
Canada (36)	0	0
Frankrike (36)	0	

"Dette er da altfor vanskelig!"

Mail til meg "Ole":

- Oppgaven under er hentet fra Multi 5. Den er enkle for noen ungdomskoleelever, men den kan være vanskelig selv for elever i videregående skoler. Elever i 5. klasse vil ha store problemer å løse dem.
- Are, Kåre og Jørgen har hver sin vannflaske. De har drukket noe av flaskene sine. De finner ut at:
- Are har 0,4 l mer enn Jørgen og at Kåre har halvparten av Jørgen.
- De har 3,4 l til sammen
- Hvor mye vann har de hver seg?

Løsningsforslag fra "Ole":

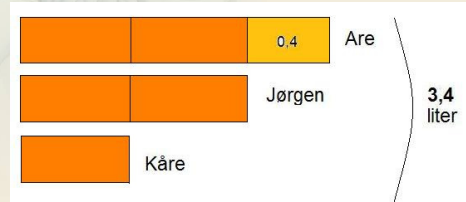
- I oppgaven kan vi si at Jørgen har x liter og vi kan sette opp likningen:
- $(x + 0,4) + x + \frac{1}{2}x = 3,4$
- $2\frac{1}{2}x = 3,0$
- $x = 1,2$

3-Nov-09

13



Forslag til løsning



3-Nov-09

14



Hva må vi legge til grunn for vår undervisning?

- Vi må prøve å forstå hvordan elevene tenker, og hvordan deres tenkning kan være begrenset av modenhetsnivå.
- Dette må ligge til grunn når vi velger ulike representasjoner og oppgaver.
- Vi må være bevisst på hvordan vanskelighetsgrad og utfordringer kan realiseres i ulike oppgaver, og betydningen av utvikle resonnerende og umiddelbar tenkning hos elevene.

(Hattie, 2009)

3-Nov-09

15



Hva sier forskerne?

- Forskning viser at mottagende, mekanisk læring gir null effekt.
Olav Lunde
- Dersom man ønsker uttelling i det korte løp, er gammeldags ferdighetstrening det beste.
Stefan Hopman
- Elever med matematikkvansker har ikke først og fremst behov for å lære mer, men annerledes.
Snorre Ostad

3-Nov-09

16



Oppgave 18 (tall)

Trude skal lage eplegrøt.
Til 4 personer skal det være $\frac{2}{3}$ kg epler.

Hvor mange kg epler trenger Trude til 8 personer?

- A $\frac{2}{6}$ kg
- B $\frac{4}{6}$ kg
- C $\frac{3}{4}$ kg
- D $1\frac{1}{3}$ kg



Svar	Kommentar	Andel av elevene
$\frac{2}{6}$ kg	Multipliserer nevneren med 2	6 %
$\frac{4}{6}$ kg	Utvider brøken med 2	60 %
$\frac{3}{4}$ kg	Multipliserer telleren med 2 og snur brøken	7 %
$1\frac{1}{3}$ kg	Riktig svar	24 %
Andre svar og ubesvart		3 %

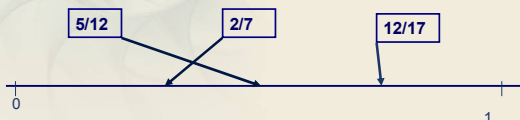
3-Nov-09

17



Hvilken forståelse har elevene?

Plasser brøkene på tallinja



3-Nov-09

18



Konkretisering og visualisering gir differensiering

Eksempel: Multiplikasjon med desimaler

Hvordan regne ut: $3 \cdot 1,8 =$

$$\begin{array}{r} 4 \leftarrow \\ 1,8 \cdot 3 = \\ \hline 2, \\ 3 \\ \hline 27 \end{array}$$



3-Nov-09

19

Noen elever skiller seg ut ...

Hva skjer med dem?

- Noen elever skiller seg fra sine medelever når det gjelder evner i matematikk. Det er særlig tre områder som skiller dem ut:
- Tiden de trenger for å tilegne seg kunnskap
- Dybden av forståelsen de oppnår
- Interesse og motivasjon

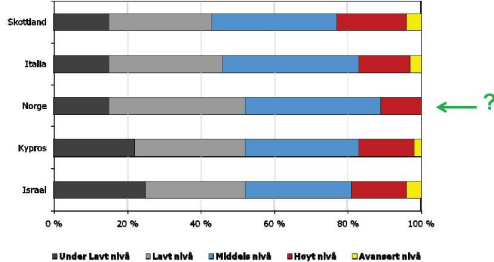
(Maker, 1982)

3-Nov-09

20

Fordeling på kompetansenivåer på 8. trinn i matematikk

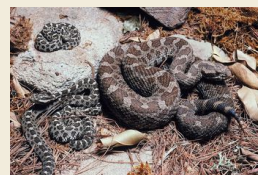
Norge hadde 4 prosent på avansert nivå i 1995, 0 prosent i 2003 og 2007



3-Nov-09

21

Mer utfordringer: Gjennomsnitt



- Flere og høyere tall å regne gjennomsnitt på? Eller.....
- I en dyrehage er det fire kobraslanger: Lengden deres i centimeter er: 85, 93, 101, 105.
- En ny kobra kommer til dyrehagen og gjennomsnittslengden øker med 2 cm.
- Hvor lang er den nye slangen?
- Det kommer enda en slange til dyrehagen. Nå blir gjennomsnittslengden 1 cm mindre enn da det bare var fire slanger.
- Hvor lang er den nye slangen?

3-Nov-09

22

Problemløsning med brøk

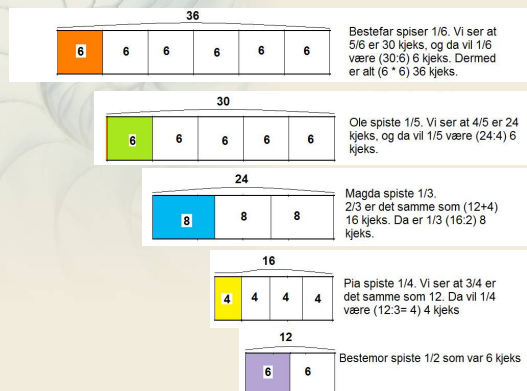
- Bestemor har bakt kjeks og lagt dem i en boks. våkner bestefar og bestemmer seg for å spise. Han finner kjeksboksen og kjeksene.
- Neste dag kommer lille Ole på besøk og han vil kjeks. Han spiser $1/5$ av det som var igjen i kjeksboksen.
- Så kommer tante Magda på besøk og hun spiser like godt opp $1/3$ av de kjeksene som var igjen etter Oles besøk.
- Like etter kommer Pia og også hun vil gjerne ha kjeks av bestemor. Hun spiser $1/4$ av resten av kjeksene.
- Når kvelden kommer setter bestemor seg ned og spiser halvparten av det som er igjen. Da er det bare seks kjeks igjen.
- Hvor mange kjeks bakte bestemor dagen før?
- Hvor mange kjeks spiste de forskjellige personene?



fir spiser også ha

3-Nov-09

23



3-Nov-09

24